

Matematička analiza 1 - 22. auditorna vježba - 12.1.2024.

Zadatak 1 Izračunajte sljedeće integrale (ukoliko su konačni):

$$(a) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 + 1} \quad (b) \int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{e^{4x} + 3e^{2x} + 2} \quad (c) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$$

Zadatak 2 Ispitajte konvergenciju sljedećih integrala:

$$(a) \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 + x + 1}} dx \quad (b) \int_0^{+\infty} \frac{\sin(2x)}{x^2 + 4} dx$$
$$(c) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 - x^2}} \quad (d) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^3 - x^2}}$$
$$(e) \int_0^1 \frac{\ln(1 + 2x)}{x^3} dx \quad (f) \int_1^{\infty} \frac{\ln(1 + 2x)}{x^3} dx$$
$$(g) \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{\ln x}}{x^2 - 1} dx \quad (h) \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 \ln x}$$

Zadatak 3 Možemo li Newton–Leibnizovu formulu primijeniti na integral

$$\int_{-1}^1 \frac{d}{dx} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right) dx?$$

Izračunajte zadani integral.

[N.B. Uočite da je podintegralna funkcija zapravo $-\frac{1}{1+x^2}$ za sve $x \neq 0$.]

Zadatak 4 Odredite sve vrijednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ za koje integral

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^a + 1}}$$

konvergira.

Na internetu postoje mnogi alati pomoću kojih možemo računati integrale. Izdvojit ćemo dva:

- ▷ WolframAlpha <https://www.wolframalpha.com>
- ▷ Symbolab <https://www.symbolab.com>

WolframAlpha će možda ponekad znati izračunati i poneki integral koji Symbolab ne zna. Prednost Symbolaba je što ima prilagođeno sučelje za unos formula i moguće je prikazati postupak kojim se došlo do rezultata. Za WolframAlpha se ova funkcionalnost naplaćuje.

Primjerice, da bismo izračunali integral u zadatku 1(a) možemo u bilo kojem od ova dva alata upisati naredbu:

```
\int_{0}^{\infty} 1/(3x^2+1)
```

Prednost WolframAlphe je što možemo pisati i naredbe koje su sličnije razgovornom jeziku. Primjerice, WolframAlpha će donju naredbu ispravno interpretirati.

```
integrate from 0 to infinity 1/(3x^2+1)
```